**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учебно-методическое объединение по педагогическому образованию

**УТВЕРЖДЕНО**

Первым заместителем Министра

образования Республики Беларусь

И.А.Старовойтовой

**19.04.2022**

Регистрационный № **ТД-А.674/тип.**

**АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ**

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине**

**для специальности**

1-02 05 02 Физика и информатика

|  |  |
| --- | --- |
| СОГЛАСОВАНОПредседатель учебно-методическогообъединения по педагогическомуобразованию\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_А.И.Жук\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_СОГЛАСОВАНОНачальник Главного управленияобщего среднего, дошкольного и специального образованияМинистерства образованияРеспублики Беларусь\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_М.С.Киндиренко\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | СОГЛАСОВАНОНачальник Главного управленияпрофессионального образованияМинистерства образованияРеспублики Беларусь\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_С.А.Касперович\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_СОГЛАСОВАНОПроректор по научно-методической работе Государственного учрежденияобразования «Республиканскийинститут высшей школы»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_И.В.Титович\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Эксперт-нормоконтролер\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Минск 2022

**СОСТАВИТЕЛИ:**

С.И.Василец, проректор по учебной работе учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

А.Ф.Климович, декан физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат педагогических наук, доцент;

А.А.Черняк, профессор кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 14.04.2021);

А.А.Тиунчик, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 11 от 25.05.2021);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка»
(протокол № 6 от 26.05.2021);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения по педагогическому образованию (протокол № 2 от 04.06.2021)

Ответственный за редакцию: А.А.Черняк

Ответственный за выпуск: А.А.Черняк

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Алгебра и геометрия» разработана для учреждений высшего образования Республики Беларусь в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования I ступени по специальности 1-02 05 02 «Физика и информатика».

**Целью** учебной дисциплины является формирование теоретической базы и инструментария, необходимых для успешного изучения физики и информатики.

**Задачи** дисциплины:

изучение основных понятий, теорем и алгоритмов линейной алгебры, аналитической геометрии, векторной алгебры;

развитие способностей увязывать абстрактные идеи и методы с их приложениями в физике и информатике, в смежных математических дисциплинах (математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика);

освоение навыков использования достижений в информационных технологиях на базе систем компьютерной математики.

Учебная дисциплина «Алгебра и геометрия» является одной из ведущих специальных учебных дисциплин в профессиональной подготовке преподавателя физики и информатики. Она закладывает фундамент для освоения студентами математических основ информатики и физики, а также смежных математических дисциплин, предусмотренных типовым учебным планом по данной специальности.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

***знать:***

теоремы векторной алгебры;

уравнения прямой и плоскости;

свойства определителя и критерии совместности систем линейных уравнений;

уравнения фигур первого и второго порядка на плоскости и в пространстве;

определения группы и поля;

***уметь:***

производить операции над векторами и матрицами;

оперировать с уравнениями прямой и плоскости;

решать системы линейных уравнений;

применять определители;

приводить к каноническому виду квадратичные формы;

производить операции над числами в поле комплексных чисел;

***владеть:***

аппаратом векторной алгебры и аналитической геометрии;

методами линейной алгебры.

Освоение учебной дисциплины «Алгебра и геометрия» должно обеспечить формирование базовой профессиональной компетенции: применять в работе с обучающимися методы матричного исчисления, решения систем алгебраических уравнений, исследования уравнений кривых и поверхностей для решения исследовательских и практико-ориентированных задач.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

На изучение учебной дисциплины «Алгебра и геометрия» отводится 228 часов, из них аудиторных – 104 часа (лекции – 36 часов, практические занятия – 68 часов).

Рекомендуемые формы текущей аттестации – экзамен, зачет.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование раздела, темы** | **Всего аудиторных часов** | **из них** |
| **лекции** | **практические**  |
| **РАЗДЕЛ 1. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА** | **12** | **4** | **8** |
| 1.1 | Операции над векторами, скалярное произведение векторов | 6 | 2 | 4 |
| 1.2 | Векторное и смешанное произведения векторов | 6 | 2 | 4 |
| **РАЗДЕЛ 2. КООРДИНАТНЫЕ *n*-МЕРНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА**  | **27** | **9** | **18** |
| 2.1 | Линейно зависимые и независимые системы *n*-мерных векторов. Элементарные преобразования системы векторов | 3 | 1 | 2 |
| 2.2 | Матрицы и операции над ними. Обратные матрицы | 6 | 2 | 4 |
| 2.3 | Системы линейных алгебраических уравнений | 6 | 2 | 4 |
| 2.4 | Ранг и базис системы n-мерных векторов. Ранг матрицы  | 6 | 2 | 4 |
| 2.5 | Определитель и его свойства. Применение определителей | 6 | 2 | 4 |
| **РАЗДЕЛ 3. ФИГУРЫ ПЕРВОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ** | **17** | **5** | **12** |
| 3.1 | Прямые на плоскости, угол между прямыми  | 5 | 1 | 4 |
| 3.2 | Прямые и плоскости в пространстве | 6 | 2 | 4 |
| 3.3 | Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве | 6 | 2 | 4 |
| **РАЗДЕЛ 4. ФИГУРЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ** | **30** | **12** | **18** |
| 4.1 | Плоские фигуры второго порядка | 6 | 2 | 4 |
| 4.2 | Собственные значения и собственные векторы матрицы  | 6 | 2 | 4 |
| 4.3 | Квадратичные формы. Диагонализация симметрических матриц | 7 | 3 | 4 |
| 4.4 | Приведение уравнений 2-го порядка с двумя переменными к каноническому виду  | 7 | 3 | 4 |
| 4.5 | Фигуры второго порядка в пространстве | 4 | 2 | 2 |
| **РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ** | **18** | **6** | **12** |
| 5.1 | Понятие группы и поля | 4 | 2 | 2 |
| 5.2 | Поля действительных и комплексных чисел | 6 | 2 | 4 |
| 5.3 | Квадратные и кубические уравнения с действительными коэффициентами | 8 | 2 | 6 |
|  | **Итого:** | **104** | **36** | **68** |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

**Раздел 1. Векторная алгебра**

**1.1. Операции над векторами, скалярное произведение векторов**

Сложение векторов и умножение на скаляр. Скалярное произведение векторов и его свойства.

**1.2. Векторное и смешанное произведения векторов**

Векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.

**Раздел 2. Координатные *n*-мерные векторные пространства**

**2.1. Линейно зависимые и независимые системы n-мерных векторов. Элементарные преобразования системы векторов**

Операции над *n*-мерными векторами и элементарные преобразования системы векторов. Критерии линейной независимости (зависимости) системы векторов.

**2.2. Матрицы и операции над ними. Обратные матрицы**

Операции над матрицами и их основные свойства. Треугольные, диагональные, скалярные матрицы. Обратимые матрицы специального вида. Алгоритм нахожения обратной матрицы методом Гаусса-Жордана.

**2.3. Системы линейных алгебраических уравнений**

Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Однородные СЛАУ.

**2.4. Ранг и базис системы *n*-мерных векторов. Ранг матрицы**

Ранг и базис системы векторов. Ортогональные и ортонормированные базисы. Ранг матрицы и свойства множества решений СЛАУ.

**2.5. Определитель и его свойства. Применение определителей**

Равносильные определения определителя матрицы. Алгоритмы вычисления определителей. Применение определителей для решения СЛАУ.

**Раздел 3.** **Фигуры первого порядка на плоскости и в пространстве**

**3.1. Прямые на плоскости, угол между прямыми**

Различные виды уравнений прямых на плоскости. Углы между прямыми, расстояние от точки до прямой.

**3.2. Прямые и плоскости в пространстве**

Различные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве.

**3.3. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве**

Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Расстояния между скрещивающимися прямыми, параллельными прямыми и плоскостями.

**Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве**

**4.1. Плоские фигуры второго порядка**

Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Эксцентрисетет . Фигуры второго порядка как конические сечения.

**4.2. Собственные значения и собственные векторы матрицы**

Собственные значения и собственные векторы матрицы. Характеристический многочлен. Свойства множеств собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям.

**4.3. Квадратичные формы. Диагонализация симметрических матриц**

Определение квадратичной формы. Диагонализация симметрических матриц.

**4.4. Приведение уравнений 2-го порядка с двумя переменными к каноническому виду**

Алгоритм приведения уравнений 2-го порядка с двумя переменными к каноническому виду.

**4.5. Фигуры второго порядка в пространстве**

Алгоритм приведения уравнений 2-го порядка с тремя переменными к каноническому виду. Канонические уравнения фигур второго порядка в пространстве.

**Раздел 5.** **Элементы высшей алгебры**

**5.1. Понятие группы и поля**

Определение группы и примеры числовых групп. Определение поля и примеры числовых полей.

**5.2. Поля действительных и комплексных чисел**

Операции над комплексными числами. Алгебраическая, тригонометрическая и показательные формы комплексного числа. Корни
*n*-ой степени из действительных чисел. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

**5.3. Квадратные и кубические уравнения с действительными коэффициентами**

Корни квадратных уравнений с произвольными дискриминантами. Формулы Кардано для решения кубического уравнения в канонической форме. Частные случаи уравнений 4-го порядка.

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

**Основная литература**

1. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов матем. спец. вузов / М. В. Милованов, М. М. Толкачев, Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. – Минск : Амалфея, 2001. – Ч. 1. – 401 с.

2. Алгебра и аналитическая геометрия: учебник для студентов матем. спец. вузов / М. В. Милованов, М. М. Толкачев, Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. – Минск : Амалфея, 2001 – . Ч. 2. – , 2001. – 352 с.

3. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. – М.: Лань, 2021. – 432 с. Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51544>.

4. Черняк, А. А. Математические расчеты в среде Mathcad / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк. – Москва: Юрайт, 2021. – 161 с. Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51548>.

**Дополнительная литература**

1. Баркович, О. А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы: часть 2. Линейная алгебра / О. А. Баркович. – Минск: БГПУ, 2006. – 112 с.

2. Мантуров, О. В. Курс высшей математики. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функции одной переменной / Мантуров О. В., Матвеев Н. М. – М.: Высшая школа, 1986. – 480 с.

3. Потапов, А. П.Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 309 с.

4. Просветов, Г. И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Задачи и решения / Г. И. Просветов. – М.:  Альфа-Пресс, 2016. – 288 с.

5. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре /
И. В. Проскуряков. – М.: Лань, 2021. – 476 c.

6. Сабитов, И. Х.Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. – Москва : Юрайт, 2021. – 258 с.

7. Черняк, А. А. Алгебра в задачах и решениях. Часть 1: Линейная алгебра / А. А. Черняк. – Мн.: БГПУ, 2007. – 100 с.

**РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ**

Основными методами (формами) обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются: методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы). В процессе реализации учебной программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Кроме того, рекомендуется проведение практических занятий по ряду тем алгебры и геометрии на базе систем компьютерной математики, что призвано научить будущего учителя использовать современные информационные технологии в образовательном процессе. Это позволит повысить эффективность практических занятий, высвободив время для углубленного повторения теоретического материала и закрепления навыков и умений владения математическим аппаратом на уровне, необходимом для изучения физических и информационных дисциплин.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Каждая тема программы позволяет организовывать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом.

Рекомендуем следующие темы для организации самостоятельной работы студентов:

* свойства треугольных, диагональных и скалярных матриц;
* критерии единственности решения СЛАУ;
* доказательства теорем, вытекающих как следствия алгоритма Гаусса: о ранге матриц, об эквивалентных системах векторов, о ранге системы векторов;
* методы вычисления определителей матриц специального вида;
* формулы Крамера;
* исследование квадратичных форм на знакоопределенность;
* двойное векторное произведение;
* уравнения фигур второго порядка на плоскости в полярных координатах.

Контроль за самостоятельной работой студентов предполагается проводить на еженедельных консультациях, коллоквиумах и экзаменах. Кроме того, контроль за самостоятельной работой студентов по ряду тем целесообразно проводить на базе системы компьютерной математики Mathcad.

**ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ**

Для контроля и самоконтроля качества усвоения знаний по учебной дисциплине рекомендуется использовать следующий диагностический инструментарий:

проведение коллоквиума для подготовки к устной части экзамена;

тестирование по отдельным темам или разделам;

защита выполненных индивидуальных заданий (в том числе и разноуровневых);

проведение текущих контрольных работ по отдельным темам дисциплины;

устный опрос во время проведения занятий;

сдача экзамена и зачета по учебной дисциплине.