# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учебно-методическое объединение по педагогическому образованию

**УТВЕРЖДЕНО**

Первым заместителем Министра

образования Республики Беларусь

И.А.Старовойтовой

**15.03.2022**

Регистрационный № **ТД-А.642/тип.**

**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине**

**для специальности**

**1-02 05 01 Математика и информатика**

|  |  |
| --- | --- |
| СОГЛАСОВАНО  Председатель учебно-методического  объединения по педагогическому  образованию  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_А.И.Жук  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  СОГЛАСОВАНО  Начальник Главного управления  общего среднего, дошкольного  и специального образования  Министерства образования  Республики Беларусь  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_М.С.Киндиренко  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | СОГЛАСОВАНО  Начальник Главного управления  профессионального образования  Министерства образования  Республики Беларусь  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_С.А.Касперович  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  СОГЛАСОВАНО  Проректор по научно-методической работе Государственного учреждения  образования «Республиканский  институт высшей школы»  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_И.В.Титович  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Эксперт-нормоконтролер  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Минск 2022

**СОСТАВИТЕЛИ:**

С.И.Василец, проректор по учебной работе учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

А.Ф.Климович, декан физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат педагогических наук, доцент;

А.А.Черняк, профессор кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 14.04.2021);

А.А.Тиунчик, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 11 от 25.05.2021);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка»   
(протокол № 6 от 26.05.2021);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения по педагогическому образованию (протокол № 2 от 04.06.2021)

Ответственный за редакцию: А.А.Черняк

Ответственный за выпуск: А.А.Черняк

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Линейная алгебра» разработана для учреждений высшего образования Республики Беларусь в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования I ступени по специальности 1-02 05 01 Математика и информатика.

**Цель** учебной дисциплины – обеспечить будущего учителя математики и информатики мощным аппаратом линейной алгебры для изучения школьной алгебры на профильным уровне.

**Задачи** дисциплины:

на единой математической базе дать строгое изложение ключевых понятий и теорем линейной алгебры;

обеспечить пропедевтику абстрактных понятий теории линейных пространств на основе более наглядных координатных векторных пространствах;

сформировать теоретическую базу и инструментарий для изучения конечномерных расширений полей, играющих ключевую роль при изучении следующих учебных дисциплин модуля «Алгебра и теория чисел»;

использовать возможности информационных технологий для повышения эффективности проведения практических занятий с использованием систем компьютерной математики.

Линейная алгебра – одна из ведущих специальных учебных дисциплин в профессиональной подготовке преподавателя математики и информатики. С одной стороны, данная программа является естественным углублением и обобщением таких центральных разделов школьной алгебры, как: системы линейных уравнений с двумя или тремя переменными; координатный метод на плоскости и в пространстве; взаимное расположение прямых и плоскостей, канонические уравнения кривых второго порядка.

С другой стороны, она закладывает фундамент не только для освоения учебных дисциплин «Алгебра многочленов и расширения полей», «Алгебраические методы в защите информации», предусмотренных типовым учебным планом специальности, но и для понимания студентами математических основ информатики и физики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

***знать*:**

определения и понятия линейной алгебры;

теоремы линейной алгебры и методы их обоснования;

***уметь:***

решать системы линейных уравнений;

приводить к каноническому виду квадратичные формы;

***владеть*:**

навыками изложения доказательств теоретико-числовых утверждений;

навыками решения типовых теоретико-числовых задач.

Освоение учебной дисциплины «Линейная алгебра» должно обеспечить формирование базовой профессиональной компетенции: применять в работе с обучающимися положения теории чисел и методы линейной алгебры для решения алгебраических уравнений и их систем.

В рамках образовательного процесса по учебной дисциплине «Линейная алгебра» студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

На изучение учебной дисциплины «Линейная алгебра» отводится   
110 часов, из них аудиторных – 50 часов (лекции – 18 часов, практические занятия – 32 часа).

Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамен.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Наименование раздела, темы** | **Всего аудиторных часов** | **Распределение аудиторного времени по видам занятий** | |
| **лекции** | **практические занятия** |
| **РАЗДЕЛ 1. КООРДИНАТНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА** | | **27** | **9** | **18** |
| 1.1 | Линейно зависимые и независимые системы векторов | 1 | 1 |  |
| 1.2 | Матрицы и операции над ними | 4 | 1 | 3 |
| 1.3 | Системы линейных алгебраических уравнений | 4 | 1 | 3 |
| 1.4 | Ранг и базис системы векторов. Ранг матрицы | 6 | 2 | 4 |
| 1.5 | Обратные матрицы. Матричные уравнения | 6 | 2 | 4 |
| 1.6 | Определитель матрицы и его свойства. Применение определителей | 6 | 2 | 4 |
| **РАЗДЕЛ 2. ТРЁХМЕРНЫЕ И ДВУХМЕРНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА** | | **23** | **9** | **14** |
| 2.1 | Линейные (евклидовые) пространства | 3 | 1 | 2 |
| 2.2 | Линейные операторы | 6 | 2 | 4 |
| 2.3 | Собственные значения и собственные векторы линейного оператора | 4 | 2 | 2 |
| 2.4 | Квадратичные формы. Диагонализация матриц | 10 | 4 | 6 |
|  | **Итого:** | **50** | **18** | **32** |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

**Раздел 1. Координатные векторные пространства**

**1.1.** **Линейно зависимые и независимые системы векторов**

Операции над *n*-мерными векторами и элементарные преобразования системы векторов. Критерии линейной независимости (зависимости) системы векторов.

**1.2.** **Матрицы и операции над ними**

Операции над матрицами и их основные свойства. Перестановочные, треугольные, диагональные, скалярные матрицы.

**1.3. Системы линейных алгебраических уравнений**

Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Однородные СЛАУ. Критерии единственности решения СЛАУ.

**1.4. Ранг и базис системы векторов. Ранг матрицы**

Ранг и базис системы векторов. Ранг матрицы и свойства множества решений СЛАУ.

**1.5. Обратные матрицы. Матричные уравнения**

Матричные уравнения и свойства обратных матрицы. Обратимые матрицы специального вида. Алгоритм нахожения обратной матрицы методом Гаусса-Жордана.

**1.6. Определитель матрицы и его свойства. Применение определителей**

Равносильные определения определителя матрицы. Алгоритмы вычисления определителей. Применение определителей для решения квадратных СЛАУ.

**Раздел 2.**  **Трёхмерные и двухмерные линейные пространства**

**2.1. Линейные (евклидовые) пространства**

Определение линейного (евклидового) пространства и подпространства. Размерность подпространств. Изоморфизм линейных пространств. Ортонормированные базисы и ортогональные проекции.

**2.2. Линейные операторы**

Определение линейного оператора (преобразования) и его матрицы. Линейные операторы поворота, проектирования, зеркального отражения. Самосопряженный, ортогональный, невырожденный линейные операторы. Размерность ядра и образа линейного оператора.

**2.3. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора**

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Свойства множеств собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям. Матрицы линейного оператора в различных базисах.

**2.4.** **Квадратичные формы. Диагонализация матриц**

Определение квадратичной формы. Диагонализация симметрических матриц. Алгоритм приведения уравнений 2-го порядка с двумя переменными к каноническому виду. Алгоритм диагонализация квадратичных форм. Приведение уравнений 2-го порядка с двумя переменными к каноническому виду.

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

**Основная литература**

1. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов матем. спец. вузов / М. В. Милованов, М. М. Толкачев, Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. – Минск : Амалфея, 2001. – Ч. 1. – 401 с.

2. Алгебра и аналитическая геометрия: учебник для студентов матем. спец. вузов / М. В. Милованов, М. М. Толкачев, Р. И. Тышкевич,   
А. С. Феденко. – Минск : Амалфея, 2001 – Ч. 2. , 2001. – 352 с.

3. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. – М.: Лань, 2021. – 432 с. Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51544>.

4. Черняк, А. А. Математические расчеты в среде Mathcad /   
А. А. Черняк, Ж. А. Черняк. – М : Юрайт, 2021. – 161 с. Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: http://elib.bspu.by/handle/doc/51548.

***Дополнительная литература***

1. Баркович, О. А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы: часть 2. Линейная алгебра / О. А. Баркович. – Минск : БГПУ, 2006. – 112 с.

2. Мантуров, О. В. Курс высшей математики. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функции одной переменной / О. В. Мантуров, Н. М. Матвеев – М. : Высшая школа, 1986. – 480 с.

3. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре /   
И. В. Проскуряков.– М. : Лань, 2021.– 476 c.

4. Черняк, А. А. Алгебра в задачах и решениях. Часть 1: Линейная алгебра / А. А. Черняк. – Мн. : БГПУ, 2007.– 100 с.

**РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ**

Основными методами (формами) обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются: методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы). В процессе реализации учебной программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Кроме того, рекомендуется проведение практических занятий на базе систем компьютерной математики, что призвано повысить эффективность образовательного процесса, а также проиллюстрировать студентам преимущества использования современных информационных технологий.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

В принципе, каждая тема программы позволяет организовывать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом.

Рекомендуем следующие темы для организации самостоятельной работы студентов:

свойства перестановочных, треугольных, диагональных и скалярных матриц;

доказательства критериев единственности решения СЛАУ;

доказательства теорем, вытекающих как следствия алгоритма Гаусса: о ранге матриц, об эквивалентных системах векторов, о ранге системы векторов;

методы вычисления определителей матриц специального вида;

формулы Крамера;

исследование квадратичных форм на знакоопределенность.

Контроль за самостоятельной работой студентов предполагается проводить на еженедельных консультациях, коллоквиумах и экзаменах. Кроме того, контроль за самостоятельной работой студентов по ряду тем целесообразно проводить на базе системы компьютерной математики Mathcad.

**ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ**

Для контроля и самоконтроля качества усвоения знаний по учебной дисциплине рекомендуется использовать следующий диагностический инструментарий:

проведение коллоквиума для подготовки к устной части экзамена;

тестирование;

защита выполненных индивидуальных заданий (в том числе и разноуровневых);

проведение текущих контрольных работ по отдельным темам учебной дисциплины;

устный опрос во время проведения занятий;

сдача экзамена по учебной дисциплине.