

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
Учебно-методическое объединение по педагогическому образованию

**УТВЕРЖДАЮ**

Первый заместитель Министра  
образования Республики Беларусь

\_\_\_\_\_ И.А.Старовойтова

\_\_\_\_\_ /тип.  
Регистрационный № ТД \_\_\_\_\_

**АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ**

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине  
для специальности**

1-02 05 01 Математика и информатика

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методического  
объединения по педагогическому  
образованию

\_\_\_\_\_ А.И.Жук

\_\_\_\_\_

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления  
профессионального образования  
Министерства образования  
Республики Беларусь

\_\_\_\_\_ С.А.Касперович

\_\_\_\_\_

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления  
общего среднего, дошкольного  
и специального образования  
Министерства образования  
Республики Беларусь

\_\_\_\_\_ М.С.Киндиренко

\_\_\_\_\_

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической  
работе Государственного учреждения  
образования «Республиканский  
институт высшей школы»

\_\_\_\_\_ И.В.Титович

\_\_\_\_\_

Эксперт-нормоконтролер

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

#### СОСТАВИТЕЛИ:

Василец С.И., проректор по учебной работе учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

Климович А.Ф., декан физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат педагогических наук, доцент;

Черняк А.А., профессор кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент.

#### РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 10.09.2021);

Гостевич Т.В., заведующий кафедрой методики преподавания математики учреждения образования «Могилёвский государственный университет имени А.А.Кулешова», кандидат педагогических наук, доцент.

#### РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 2 от 28.09.2021);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 2 от 19.10.2021);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения по педагогическому образованию (протокол № 3 от 29.10.2021).

Ответственный за редакцию: А.А.Черняк

Ответственный за выпуск: А.А.Черняк

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Алгебраические структуры и теория чисел» разработана для учреждений высшего образования Республики Беларусь в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования первой ступени по специальности 1-02 05 01 Математика и информатика.

«Алгебраические структуры и теория чисел» является одной из ведущих специальных дисциплин в профессиональной подготовке преподавателя математики и информатики. Свойства основных алгебраических структур – группы, кольца, поля – позволяют рассматривать операции над различными математическими объектами с достаточно общих позиций алгебраических структур, в которых эти операции определяются. Поэтому данная дисциплина призвана развить способности студента увязывать абстрактные идеи и методы с конкретными задачами школьной алгебры и рассматривать вопросы школьной программы с достаточно общих позиций, а также овладеть аксиоматическим методом, как эффективным средством математических доказательств.

**Цель** учебной дисциплины – обеспечить будущего учителя математики и информатики аппаратом теории групп и теории чисел для изучения школьной алгебры на профильном уровне, проведения факультативных занятий и подготовки школьников к математическим олимпиадам.

**Задачи** дисциплины:

сформировать теоретическую базу и инструментарий для изучения многочленов над конечными полями, играющих ключевую роль при изучении последующих дисциплин модуля «Алгебра и теория чисел».

научить доказывать теоремы теории чисел на основе классических результатов теории групп.

сформировать алгебраические умения и навыки, необходимые для успешного изучения информатики и современных проблем защиты и безопасности информации.

Дисциплина «Алгебраические структуры и теория чисел» составляет основу дисциплинам «Теория множеств и логика высказываний», «Алгебра многочленов и расширения полей», «Алгебраические методы в криптографии». Она существенно дополняет основополагающими понятиями высшей алгебры дисциплину «Дискретная математика», а также другие дисциплины учебного плана модуля «Информатика-1».

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

**знать:**

определения и свойства групп и полей;  
теоремы теории чисел.

**уметь:**

решать сравнения и системы линейных сравнений;

находить канонические разложения целых чисел и выводить признаки делимости.

***владеть:***

навыками изложения доказательств теоретико-групповых утверждений; навыками решения типовых задач целочисленной арифметики.

Освоение учебной дисциплины «Алгебраические структуры и теория чисел» должно обеспечить формирование базовой профессиональной компетенции БПК-15: Применять в работе с обучающимися положения теории чисел и методы линейной алгебры для решения алгебраических уравнений и их систем.

В рамках образовательного процесса по учебной дисциплине «Алгебраические структуры и теория чисел» студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

На изучение учебной дисциплины «Алгебраические структуры и теория чисел» отводится 110 часов, из них аудиторных – 50 часов (лекции – 22 часа, практические занятия – 28 часов).

Форма текущего контроля – зачет.

### ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Название разделов, тем	Всего аудиторных часов	Распределение по видам занятий	
			лекции	практические занятия
1	<b>Введение в алгебру</b>	<b>10</b>	<b>4</b>	<b>6</b>
1.1	Отображения и отношения	4	2	2
1.2	Комплексные числа и операции над ними	6	2	4
2	<b>Алгебраические структуры</b>	<b>16</b>	<b>10</b>	<b>6</b>
2.1	Группы и их изоморфизм	4	2	2
2.2	Подгруппы, свойства циклических групп. Нормальные подгруппы и фактор-группы	6	4	2
2.3	Кольца, поля и их изоморфизм. Характеристика поля	6	4	2
3	<b>Теория чисел</b>	<b>24</b>	<b>8</b>	<b>16</b>
3.1	Делимость в кольце целых чисел. Основная теорема арифметики	6	2	4
3.2	Группа, кольцо и поле целых чисел по модулю $n$ . Дроби в $g$ -ичной системе счисления, признаки делимости	8	2	6
3.3	Китайская теорема об остатках. Линейные и нелинейные уравнения в мультипликативной группе по модулю $n$ (сравнения по модулю).	10	4	6
	<b>Итого:</b>	<b>50</b>	<b>22</b>	<b>28</b>

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В АЛГЕБРУ

#### 1.1. Отображения и отношения

Отображения и отношения. Бинарные операции. Метод математической индукции.

#### 1.2. Комплексные числа и операции над ними

Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Корни  $n$ -й степени. Квадратные уравнения с действительными коэффициентами.

### РАЗДЕЛ 2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ

#### 2.1. Группы и их изоморфизм

Определение полугруппы и группы. Аддитивные и мультипликативные группы. Примеры групп и их изоморфизм. Симметрическая группа подстановок

#### 2.2. Подгруппы, свойства циклических групп. Нормальные подгруппы и фактор-группы

Определение подгруппы. Свойства циклических групп. порядки подгрупп конечных групп. Знакопеременная подгруппа подстановок. Нормальные подгруппы и фактор-группы

#### 2.3. Кольца, поля и их изоморфизм. Характеристика поля

Определение кольца, поля, подполя. Примеры полей (колец) и их изоморфизм. Характеристика поля. Минимальные поля.

### РАЗДЕЛ 3. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

#### 3.1. Делимость в кольце целых чисел. Основная теорема арифметики

Делимость в кольце целых чисел: деление с остатком, НОД и НОК, алгоритм Евклида нахождения НОД, алгоритм Эратосфена нахождения простых чисел. Каноническое разложение и основная теорема арифметики.

#### 3.2. Группа, кольцо и поле целых чисел по модулю $n$ . Дроби в $g$ -ичной системе счисления, признаки делимости

Группа, кольцо и поле целых чисел по модулю. Функция Эйлера и ее мультипликативность. Теоремы Эйлера, Ферма, Вильсона и их следствия. Дроби в  $g$ -ичной системе счисления и вывод признаков делимости. Периодические  $g$ -ичные дроби.

#### 3.3. Китайская теорема об остатках. Линейные и нелинейные уравнения в мультипликативной группе по модулю $n$ (сравнения по модулю)

Китайская теорема об остатках. Алгоритм нахождения обратных элементов в мультипликативной группе по модулю  $n$ . Линейные уравнения в мультипликативной группе по модулю  $n$ . Нелинейные уравнения в мультипликативной группе по простому модулю.

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### *Основная литература*

1. Бухштаб, А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб. – М.: Лань, 2020. – 384 с. Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51545>.
2. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – М.: Лань, 2021. – 432 с. Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51544>.
3. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов матем. спец. вузов / М. В. Милованов, М. М. Толкачев, Р. И. Тышкевич, А.С. Феденко. - Минск : Амалфея, 2001. - Ч. 1. - 401 с.
4. Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре / Д.К. Фаддеев – М.: Лань, 2007.– 416 с. Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51546>
5. Фаддеев, Д.К. Задачи по высшей алгебре. / Д.К. Фаддеев И.С. , Соминский. – М.: Лань, 2008.– 288 с. Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51547>

### *Дополнительная литература*

1. Баркович О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы: часть 1. Введение в алгебру / О.А. Баркович. – Минск: БГПУ, 2005. – 134 с.
2. Виноградов, И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов. – М.: Лань, 2020. – 176 с.
3. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра / Л.Я. Окунев – М.: Лань, 2014.– 336 с.
4. Окунев, Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре / Л.Я. Окунев – М.: Лань, 2009.– 192 с.
5. Черняк, А.А. Алгебра в задачах и решениях. Часть 2: Алгебраические структуры, целочисленная арифметика, многочлены / А.А. Черняк.– Мн.: БГПУ, 2008.– 110 с.

## **РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ**

Основными методами (формами) обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются: методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы). В процессе реализации учебной программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

В принципе, каждая тема программы позволяет организовывать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом.

Рекомендуем следующие темы для организации самостоятельной работы студентов:

- применение метода математической индукции для доказательства равенств и неравенств;
- число отображений разных видов, заданных на конечных множествах.
- примеры фактор-групп групп невырожденных матриц;
- разложение подстановок в произведение транспозиций.

Контроль за самостоятельной работой студентов предполагается проводить на еженедельных консультациях, коллоквиумах и экзаменах.

## **ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ**

Рекомендуется проведение одного коллоквиума по второму разделу программы для подготовки к устной части экзамена.

С целью текущего контроля предусматривается проведение двух контрольных работ – по одной по каждому из двух последних разделов.

Для контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по отдельным темам или разделам представляется целесообразным использование тестовых технологий.